ビーム入射軌道と軌道周りの磁場の決定のやり方考察

I. 電磁気学の復習（学部生の頃）
  - ✓ 左手の法則
  - ✓ OPERAの磁場でMaxwell方程式を確認
    - ➢ 格子状の磁場
    - ➢ 軌道に沿った磁場

II. 任意の軌道と軌道に沿った磁場の決定
  - ✓ 教科書に出てくる例、“磁場の変化が十分に緩やかで摂動解が良い近似“のようには行かず。

    （大学卒業レベル？）

SIT48

電磁気学　復習

磁場中の荷電粒子の運動方程式

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} = \frac{q}{m_\mu} \begin{pmatrix} v_y B_r \sin\phi - v_z B_y \\ v_z B_r \cos\phi - v_x B_r \sin\phi \\ v_x B_y - v_y B_r \cos\phi \end{pmatrix}$$

$$v_L = \sqrt{v_x^2 + v_z^2}$$

$$a_L = \frac{\Delta v_L}{\Delta t} = \frac{q}{m_\mu} \sqrt{v_y^2 B_r^2 + v_L^2 B_y^2}$$

式①

$$a_y = \frac{\Delta v_L}{\Delta t} = \frac{q}{m_\mu} v_L B_r$$

式②

Maxwell方程式

$$\nabla \cdot \vec{B} = \left(\hat{r} \frac{\partial}{\partial r} + \hat{\phi} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} + \hat{y} \frac{\partial}{\partial y} \right) \vec{B}$$

$$= \frac{\partial \mathrm{B_r}}{\partial \mathrm{r}} + \frac{B_r}{r} + \frac{\partial B_y}{\partial y} = 0$$

式③

$$\nabla \times \vec{B} = \frac{\partial \mathrm{B_r}}{\partial \mathrm{y}} - \frac{\partial B_y}{\partial r} = 0$$

式④

$$\frac{\partial \mathrm{B}_\phi}{\partial \phi} = 0, \mathrm{B}_\phi = 0$$

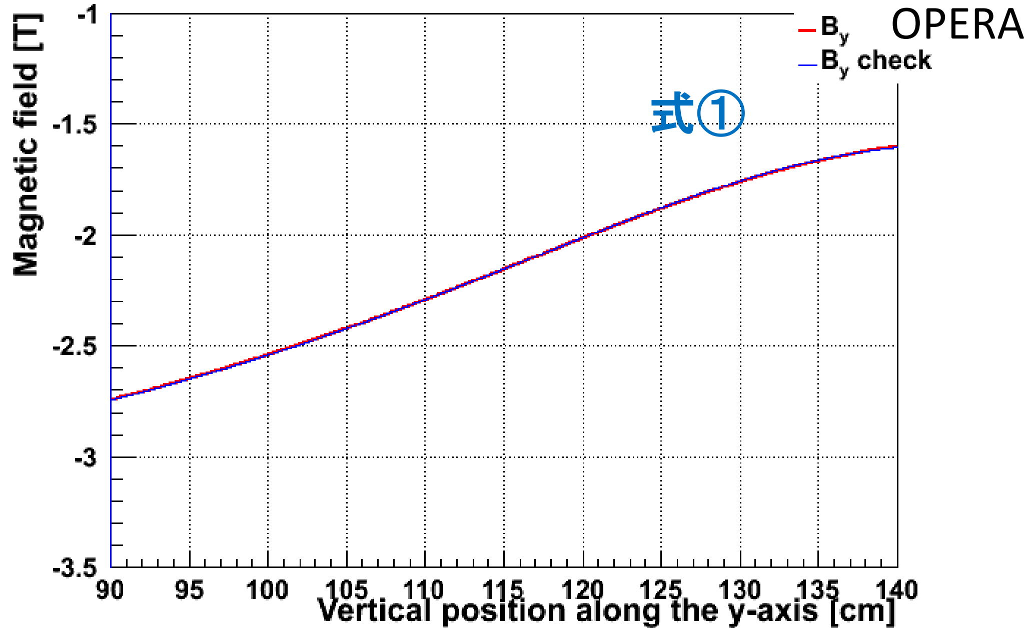
磁場中の荷電粒子の運動方程式からわかること

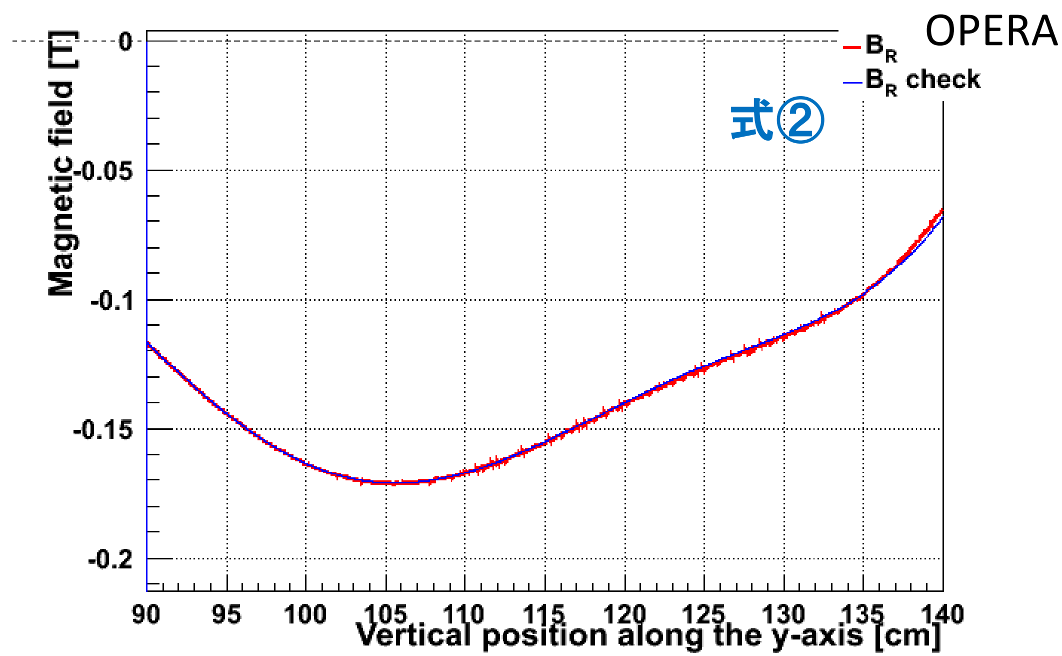
$$v_L = \sqrt{v_x^2 + v_z^2}$$

$$\frac{\Delta v_L}{\Delta t} = \frac{q}{m_\mu}\sqrt{v_y^2 B_r^2 + v_L^2 B_y^2}$$

$$\frac{\Delta v_y}{\Delta t} = \frac{q}{m_\mu} v_L B_r$$

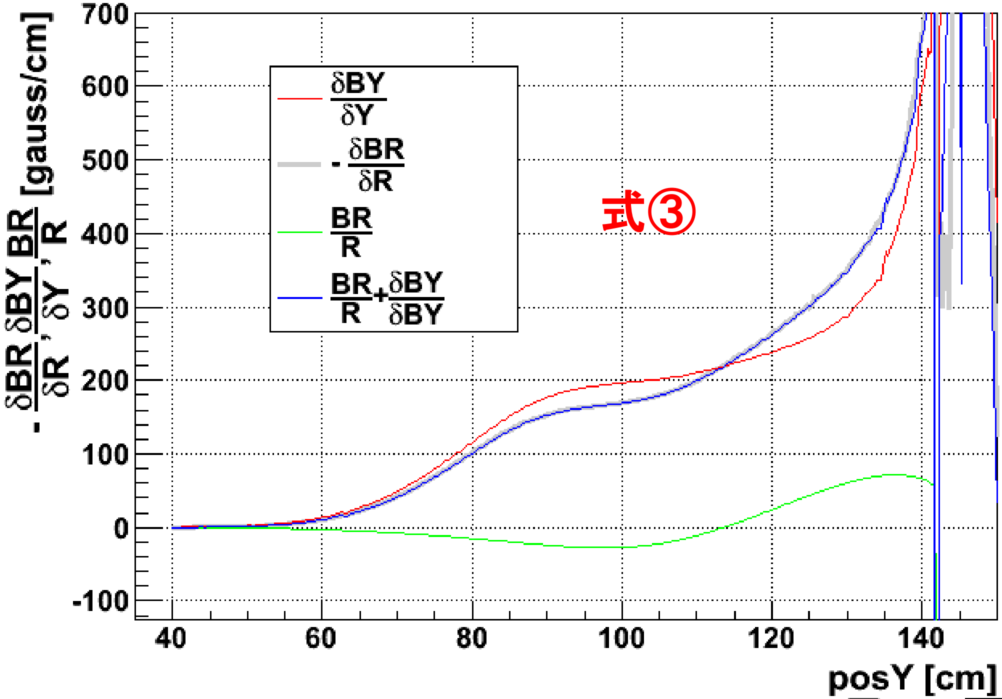
- ソレノイド軸成分と、軸に垂直な成分の速度が分かれば、磁場を算出できる！
- 右図の青い線が、軌跡データより算出した、磁場
- 赤い線は、OPERA出力の磁場

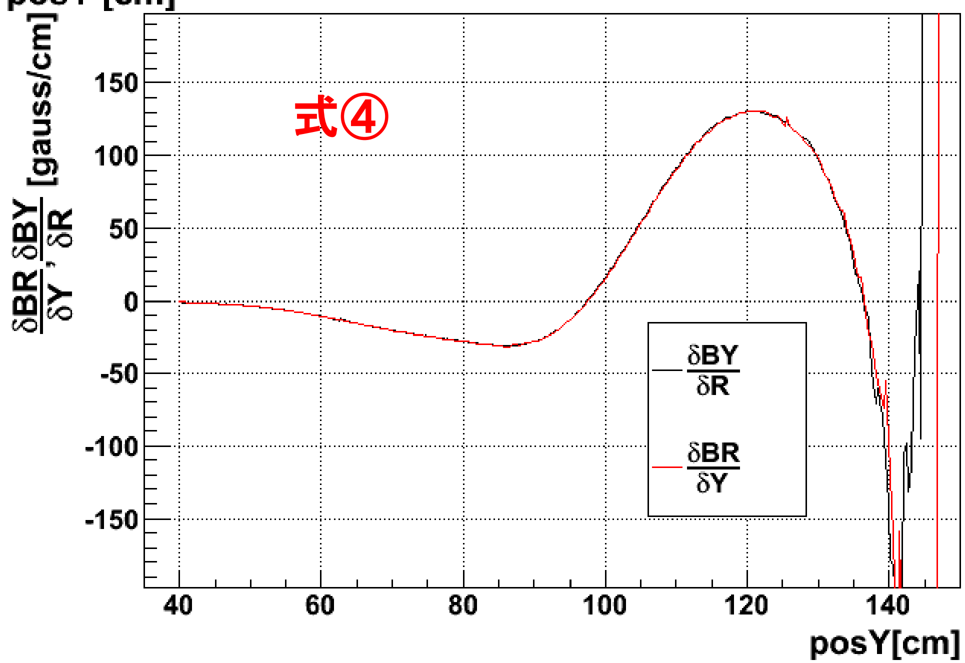




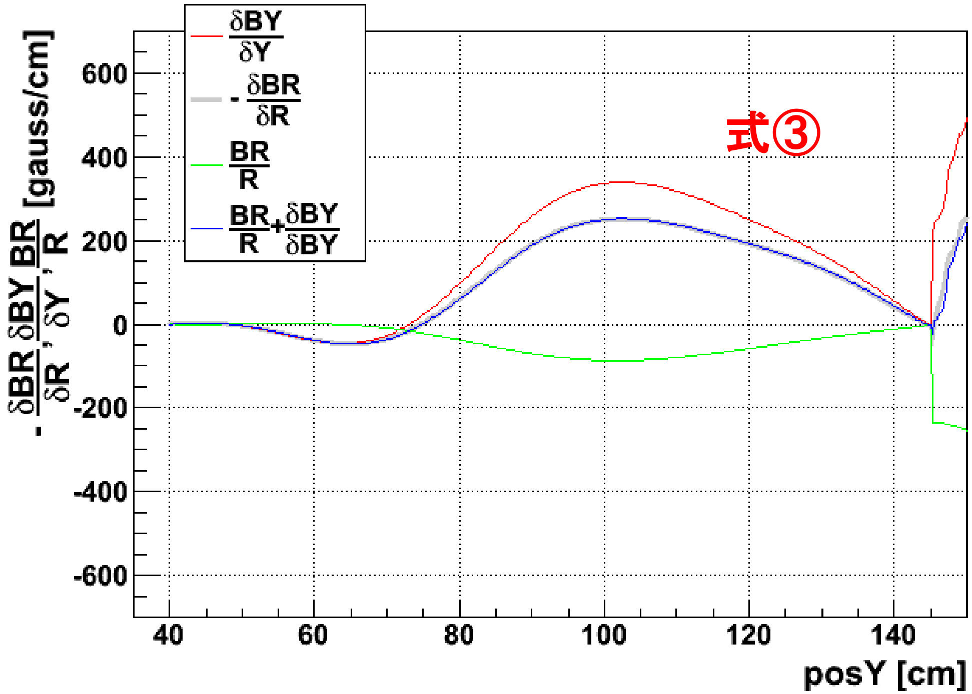
格子状の磁場で確認

R=33cm

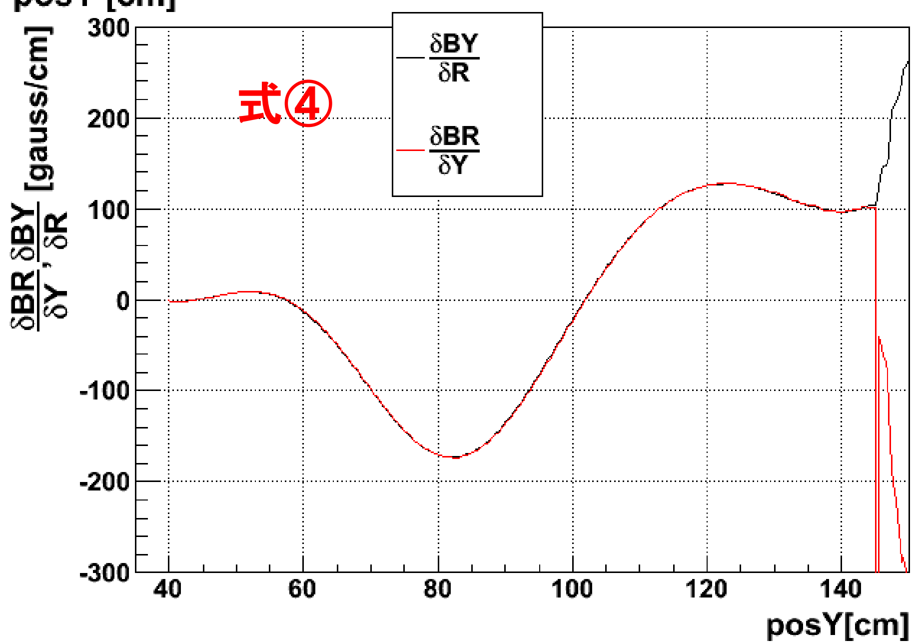




R=50cm

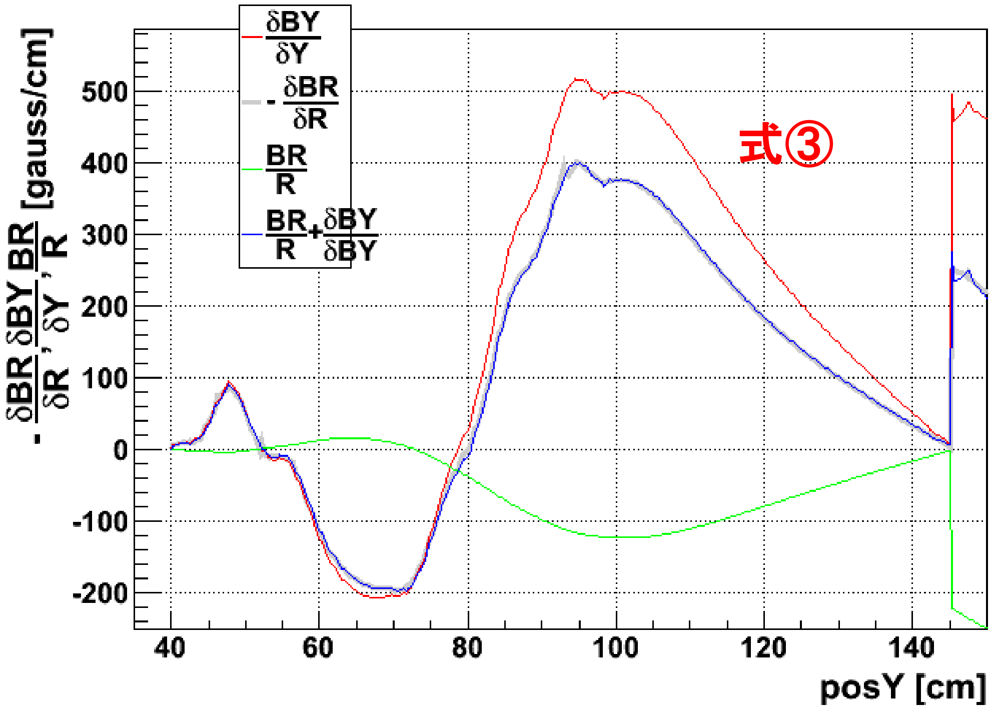


式③
δBY/δY
- δBR/δR
BR/R
BR/R+δBY/δBY
- δBR/δR, δBY/δY, BR/R [gauss/cm]
posY [cm]

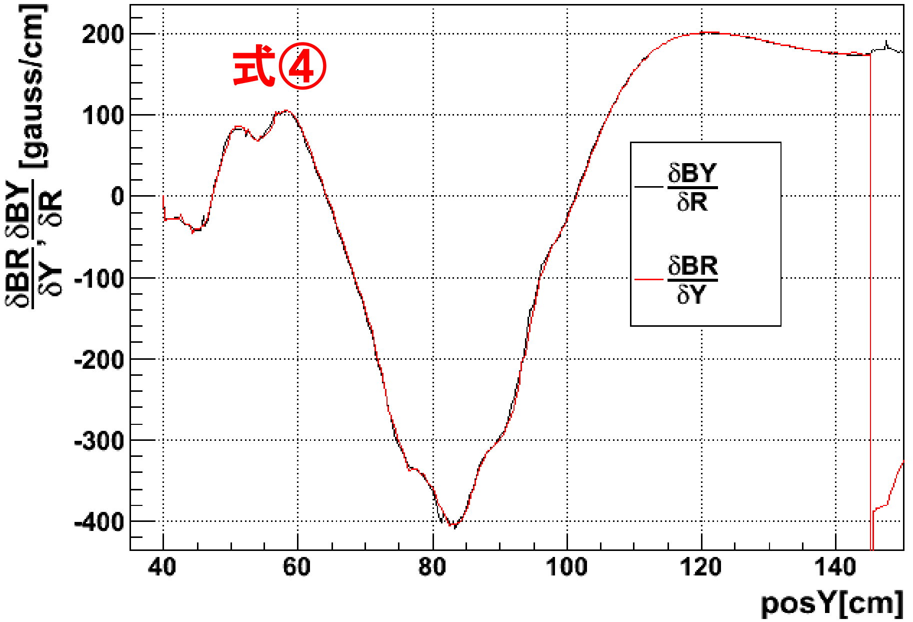


式④
δBY/δR
δBR/δY
δBR/δY, δBY/δR [gauss/cm]
posY[cm]

R=60cm

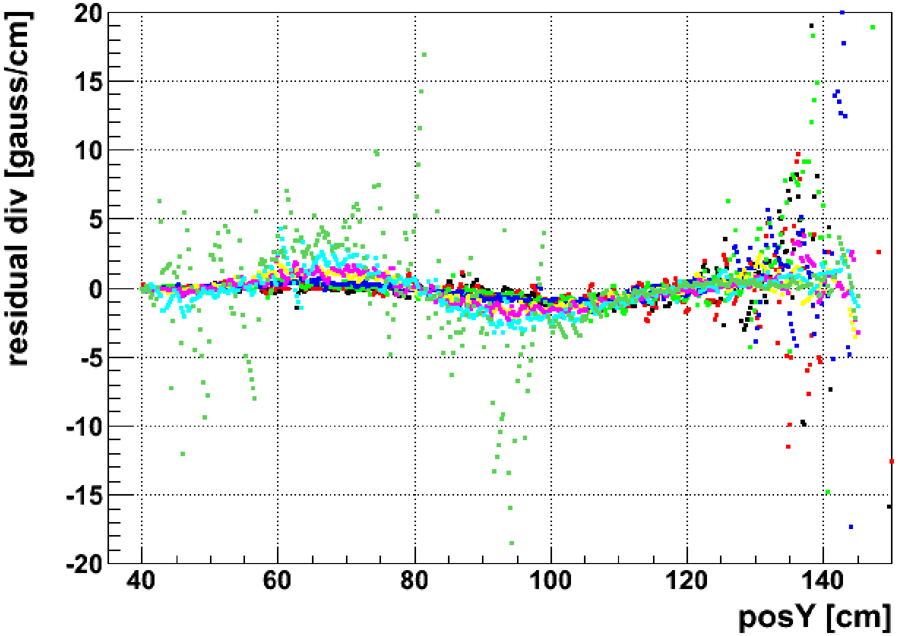


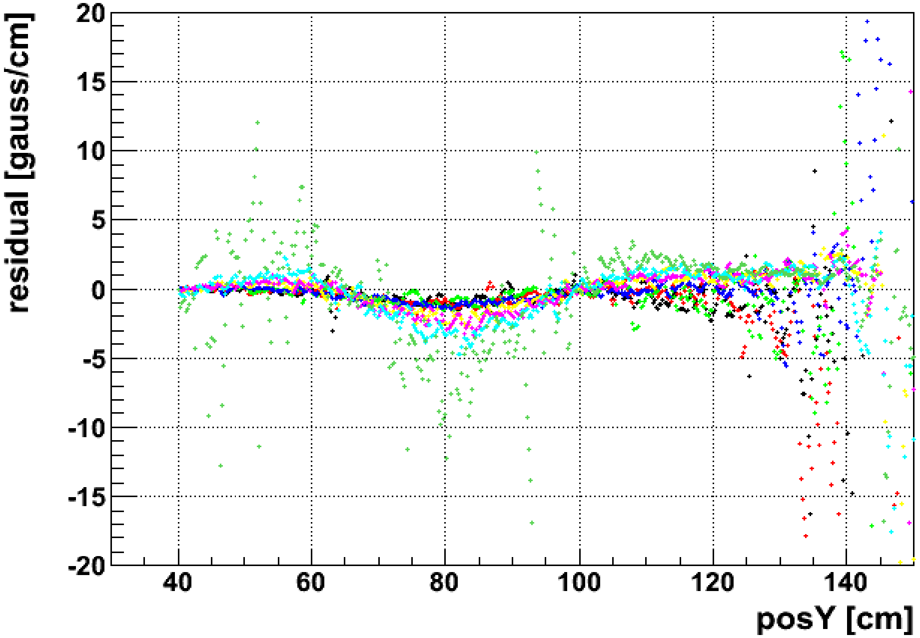
式③
posY [cm]
500
400
300
200
100
0
-100
-200
40
60
80
100
120
140



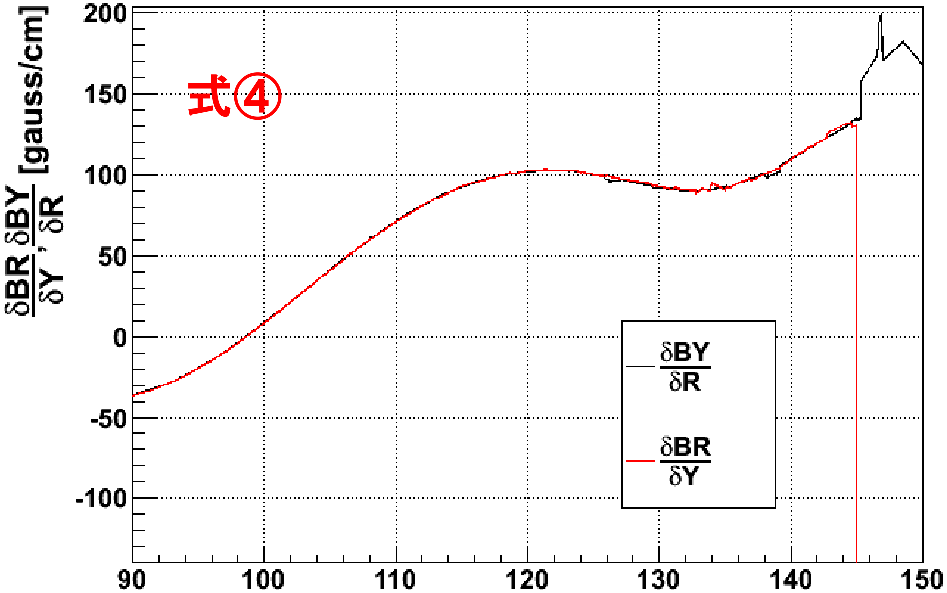
式④
posY[cm]
200
100
0
-100
-200
-300
-400
40
60
80
100
120
140

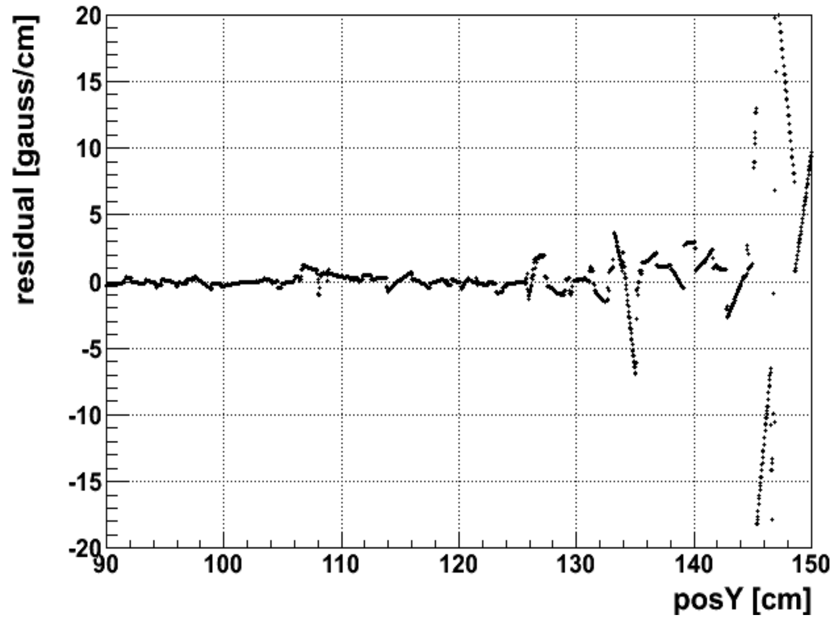
residual

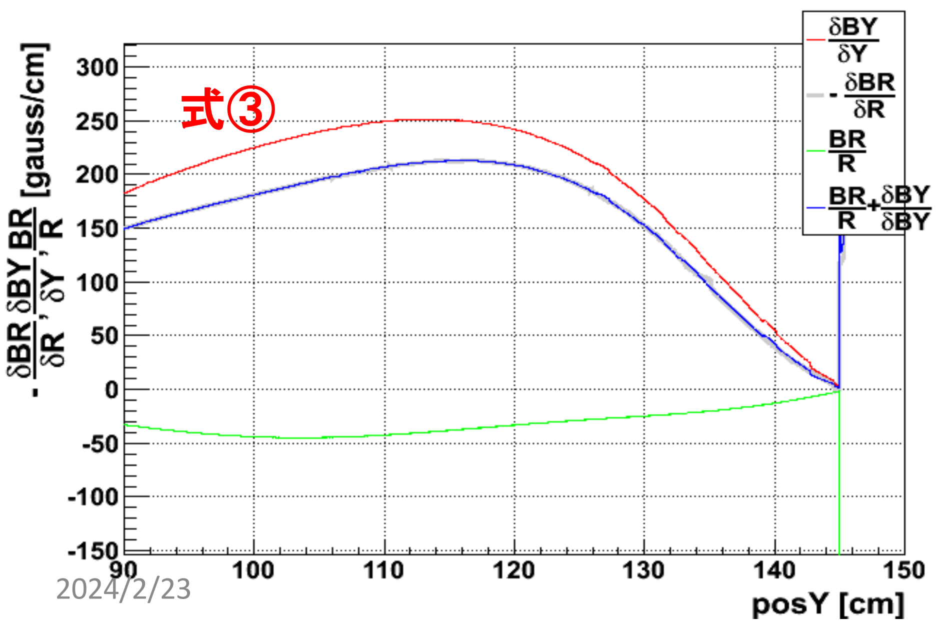


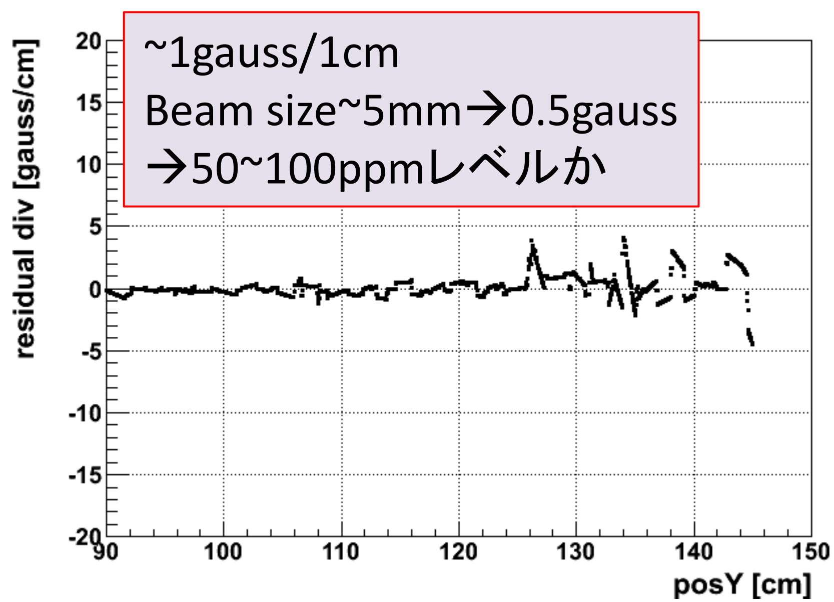


軌道に沿った磁場で確認

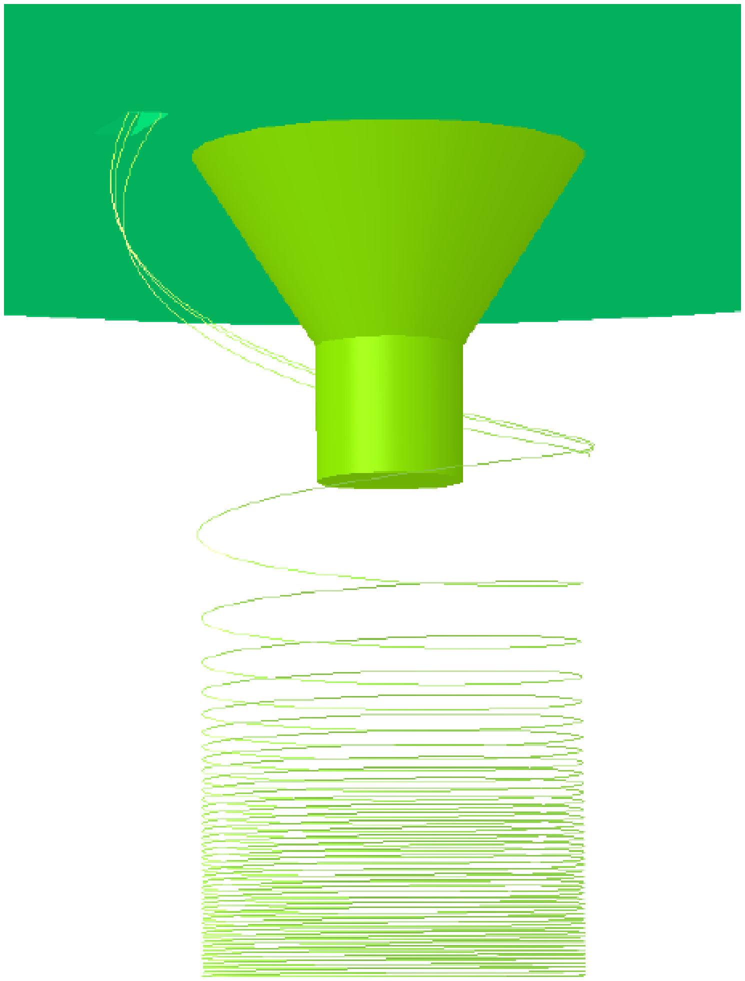


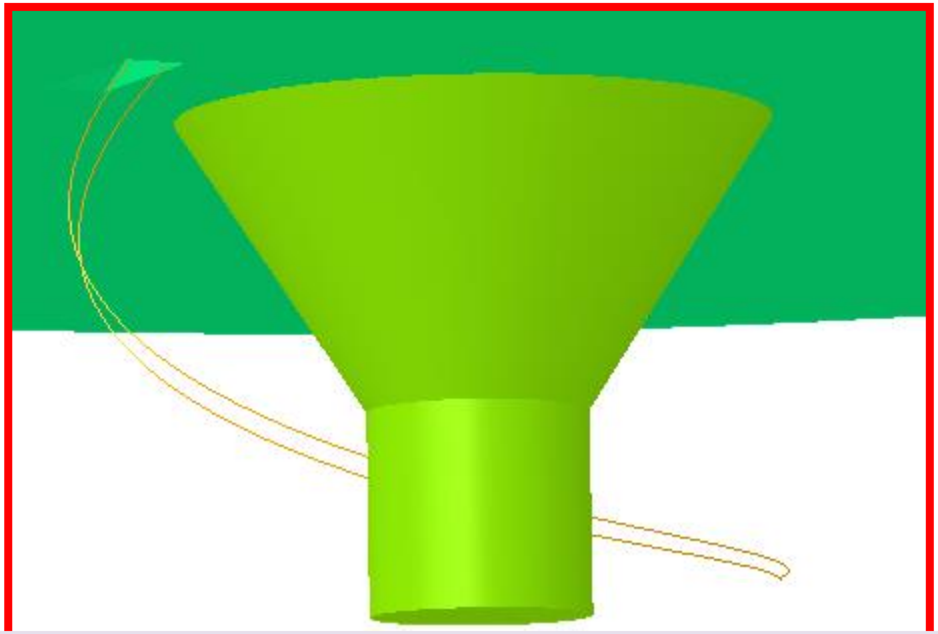




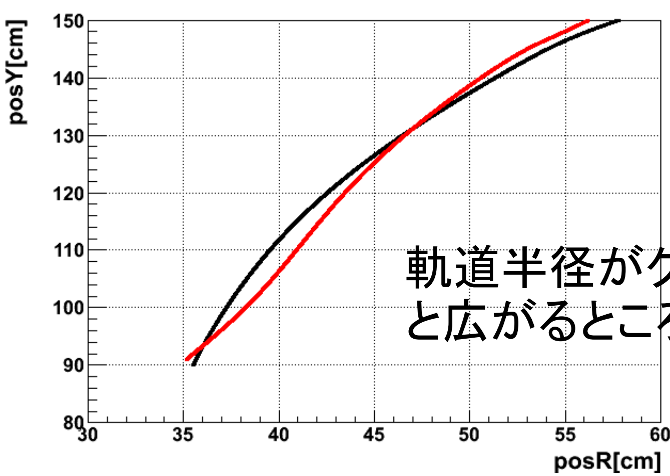


任意の軌道と軌道に沿った磁場の決定





Hitachi1115-model の90<y<130cm区間で試す。



手順

v_y

?

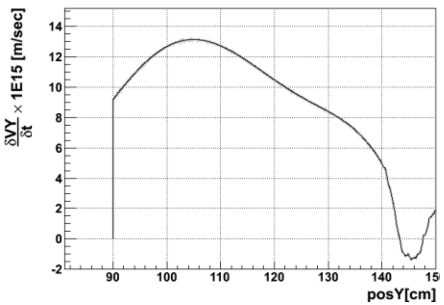
軸方向成分の速度を、yの関数で決める。

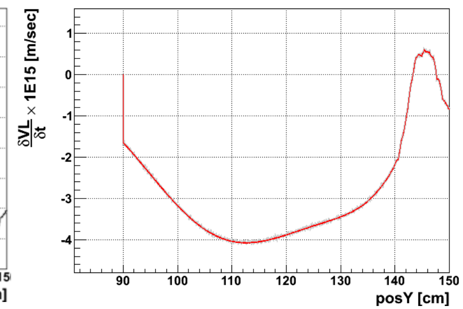
y

Vy(y)が決まれば、vL(y)も決まる。

$$\frac{\Delta v_y}{\Delta t} = \frac{\partial v_y}{\partial y} v_y, \quad \frac{\Delta v_L}{\Delta t} = \frac{\partial v_L}{\partial y} v_y$$

が決まる。 式⑤、⑥





式⑤、⑥確認済み

初期条件y=0のとき、Br=0で、軌道は真円なのでR(y=0)が決まる。積分していけば、r(y)が決まる。

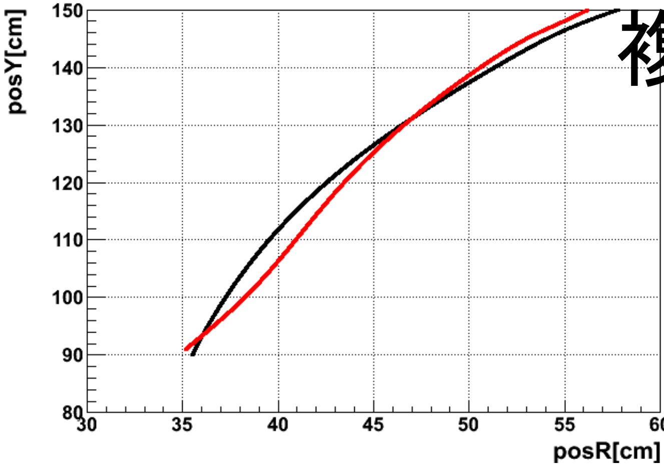
$$\frac{\Delta v_L}{\Delta t} = \frac{q}{m_\mu}\sqrt{v_y^2 B_r^2 + v_L^2 B_y^2}$$

$$\frac{\Delta v_y}{\Delta t} = \frac{q}{m_\mu} v_L B_r$$

Br(y,r), By(y,r)が決まる。

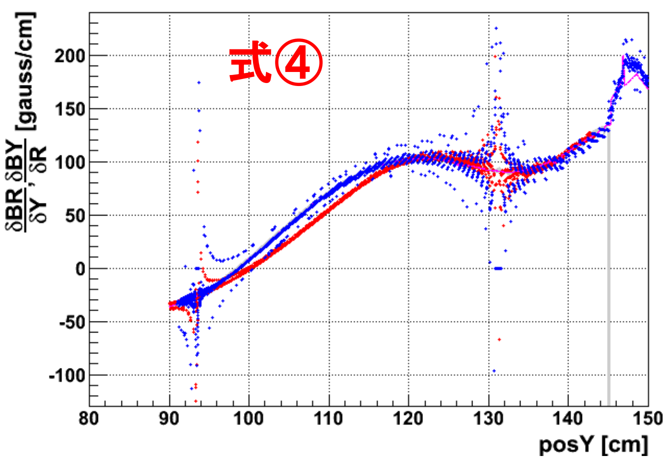
どこでMaxwell方程式の条件が入る？

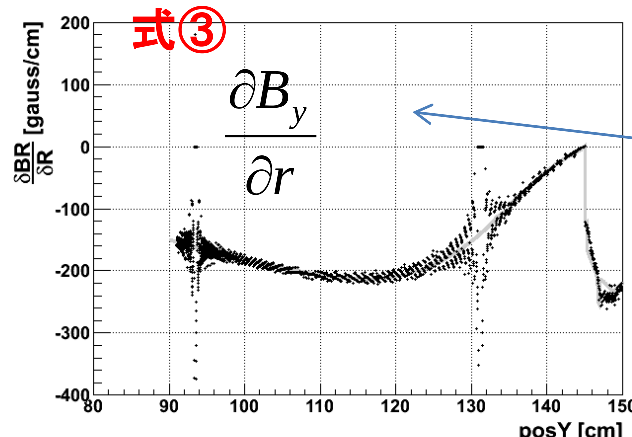
複数の軌跡で偏微分を作れる！



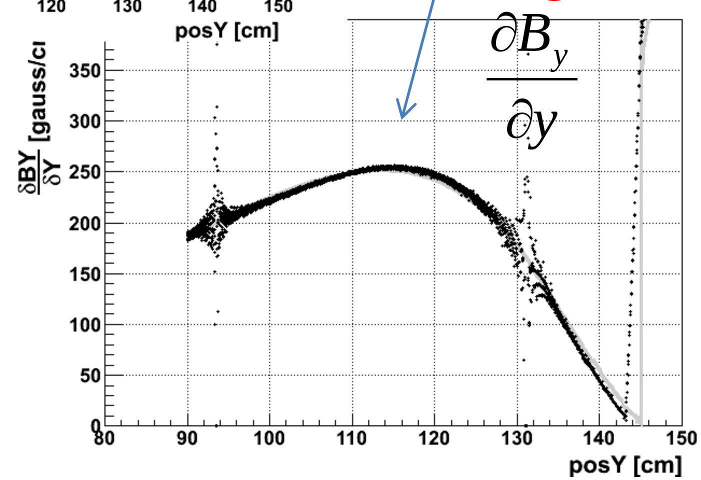
$$\frac{\partial B_{\mathrm{r}}}{\partial \mathrm{r}}+\frac{B_r}{r}+\frac{\partial B_y}{\partial y}=0 \quad \text{式③}$$

$$\frac{\partial B_{\mathrm{r}}}{\partial \mathrm{y}}-\frac{\partial B_y}{\partial r}=0 \quad \text{式④}$$





OPERAの格子データから算出した偏微分（灰色）と比較



OPERAの格子データから算出した偏微分（灰色、青線に重なっている）と比較

赤い線は $\frac{\partial B_r}{\partial y}$ 青線は $\frac{\partial B_y}{\partial r}$

まとめ

- 軌跡“束”の空間分布、すなわち、ビームの6パラメータ分布は、磁場の分布と1対1で対応している。
- 適当なボリュームを囲む軌跡“束”を作ればその空間内のMaxwell方程式を満足する磁場が決まる。

  →磁場の偏微分を決めること ビームの転送行列を決めることと同義。